Lekcja 12.12.2020. Wzory skróconego mnożenia. Powtórzenie. semestr I G

Potęgowanie dwumianów.

$x^2 = x \cdot x \qquad 3^2 = 3 \cdot 3 = 9 \qquad (-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9 \qquad (4x)^2 = 4x \cdot 4x = 16x^2$

$(x+3)^2 = (x+3) \cdot (x+3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$

$(x-4)^2 = (x-4) \cdot (x-4) = x^2 - 4x - 4x + 16 = x^2 - 8x + 16$

$\left(\sqrt{3}+2\right)^2 = \left(\sqrt{3}+2\right) \cdot \left(\sqrt{3}+2\right) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 2 + 2 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot 2 = 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$

$\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2} \qquad\qquad \boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

Mnożenie dwumianów.

$(x+3) \cdot (x-3) = x^2 - 3x + 3x - 9 = x^2 - 9$

$$\left(\sqrt{5}-3\right) \cdot \left(\sqrt{5}+3\right) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot 3 - 3 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot 3 = 5 - 9 = -4$$

$$\boldsymbol{(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2}$$

Przybliżanie liczb, ocena błędów.

Wartość bezwzględna $|4| = 4 \qquad |-5| = 5$

Jeżeli liczbę rzeczywistą $\boldsymbol{x}$ zaokrąglamy, czyli zapisujemy w przybliżeniu jako $\boldsymbol{a}$, to:

Błąd bezwzględny tego przybliżenia wynosi: $\boldsymbol{|x-a|}$ → wartość bezwzględna różnicy między liczbą rzeczywistą, a przybliżeniem.

Błąd względny procentowy wynosi: $\frac{\boldsymbol{|x-a|}}{\boldsymbol{|x|}} \cdot 100\%$ → stosunek błędu bezwzględnego do bezwzględnej wartości liczby rzeczywistej.

Zad.1. Zapisz w postaci sumy algebraicznej:

$$(5x-3)^2 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 3 + 3^2 = 25x^2 - 30x + 9$$

$$\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2 = 8 + 2\sqrt{4 \cdot 3} = 8 + 4\sqrt{3}$$

Zad.2. Oblicz ład bezwzględny i błąd względny, który popełniono, przybliżając wielkość

$x = 68$ *wielkością* $a = 70$

$|68 - 70| = |-2| = 2 \qquad\qquad \frac{2}{68} \cdot 100\% = \frac{200}{68}\% \approx 2{,}9\%$

POWTÓRZENIE.

$\sqrt{81}+\sqrt{25}=9+5=14$ $4\sqrt{2}+\sqrt{8}=4\sqrt{2}+\sqrt{4\cdot 2}=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$\sqrt{45}\cdot\sqrt{20}=\sqrt{9\cdot 5}\cdot\sqrt{4\cdot 5}=3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}=3\cdot 2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=6\cdot\sqrt{25}=6\cdot 5=30$

$4^{-3}\cdot 8^2=(2^2)^{-3}\cdot(2^3)^2=2^{-6}\cdot 2^6=2^{-6+6}=2^0=1$

lub: $4^{-3}\cdot 8^2=\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot 8\cdot 8=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot 64=\frac{1}{64}\cdot 64=\frac{64}{64}=1$

$$(2{,}4\cdot 10^6)(5\cdot 10^{-5})=2{,}4\cdot 5\cdot 10^6\cdot 10^{-5}=12\cdot 10^{6-5}=1{,}2\cdot 10\cdot 10^1=1{,}2\cdot 10^2=120$$

Cena kurtki wraz z 23% podatkiem VAT wynosi 246 zł. Ile kosztowała by ta kurtka, gdyby podatek VAT wynosił tylko 10%?

Cena kurtki z podatkiem VAT → $100+23=123\%$ → $123\%\ ceny\ netto=246\ zł$

Obliczam cenę netto: $\frac{246}{123}\cdot 100=200\ zł$ bo 200zł+23%$=200+46=246zł$

Cena kurtki z 10% podatkiem VAT: $200+10\%=200+20=220\ zł$

Rozwiąż równanie: $\frac{3x-5}{2}+3=\frac{3x+5}{6}$

$\frac{3x-5}{2}+3=\frac{3x+5}{6}\ \backslash\cdot 6$ $\frac{3x-5}{2}\cdot 6+3\cdot 6=\frac{3x+5}{6}\cdot 6$

$(3x-5)\cdot 3+18=3x+5$ $9x-15+18=3x+5$

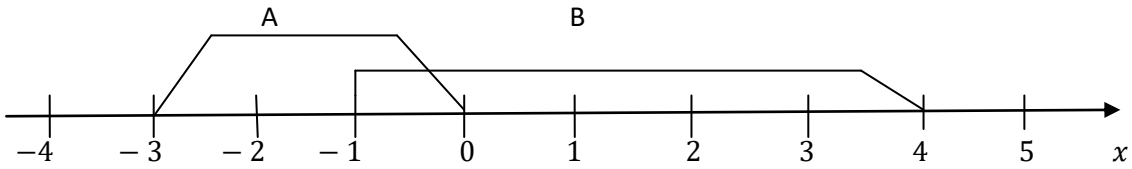
$9x-3x=5+15-18$ $6x=2$ $x=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

Rozwiąż nierówność: $\frac{2-x}{5}>\frac{x+1}{2}$

$\frac{2-x}{5}>\frac{x+1}{2}\ \backslash\cdot 10$ $10\cdot\frac{2-x}{5}>10\cdot\frac{x+1}{2}$ $2\cdot(2-x)>5\cdot(x+1)$

$4-2x>5x+5$ $-2x-5x>5-4$ $-7x>1\ \backslash:(-7)$ $x<-\frac{1}{7}$

Wyznacz zbiory: $A \cup B, A \cap B, A - B, B - A,\ dla\ A = (-3; 0)\ i\ B = \langle -1; 4)$



$$A \cup B = (-3; 4)$$

$$A \cap B = \langle -1; 0)$$

$$A - B = (3; -1)$$

$$B - A = \langle 0; 4)$$