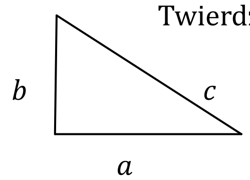
Lekcja 22.11.2020. Geometria trójkątów. semestr II F

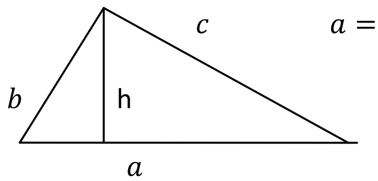
<u>Trójkąt prostokątny.</u>



Twierdzenie Pitagorasa $a^2 + b^2 = c^2$

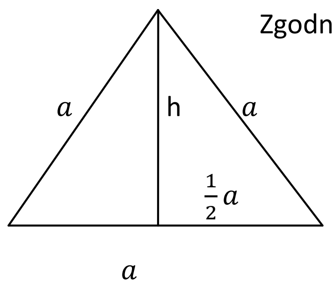
$Obw. = a + b + c$ $\quad$ $Pole = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{a+b}{2}$

<u>Trójkąt dowolny</u>. $\quad P = \frac{1}{2}\, a\, h = \frac{a \cdot h}{2}$



$a = 8; \quad h = 3 \quad \rightarrow \quad P = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12$

<u>Trójkąt równoboczny</u>.

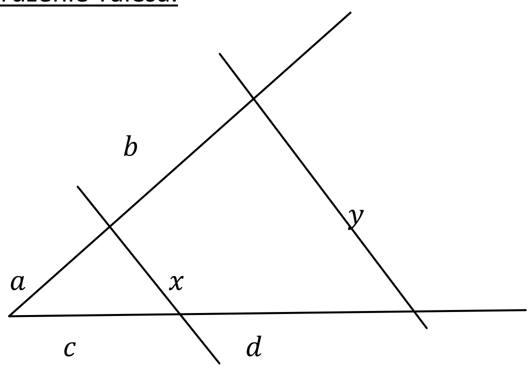


Zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa $h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = a^2$

$h^2 + \frac{1}{4}a^2 = a^2 \quad \rightarrow \quad h^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2 \quad \rightarrow \quad h^2 = \frac{3}{4}a^2$

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad P = \frac{1}{2}\, a\, h = \frac{1}{2}\, a\, \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

<u>Twierdzenie Talesa.</u>



$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ $\quad$ $oraz$ $\quad$ $\frac{a}{x} = \frac{a+b}{y}$

bok do boku $\quad$ mały trójkąt do dużego trójkąta

ZAD.1. Oblicz długość przeciwprostokątnej w trójkącie prostokątnym, mając dane długości przyprostokątnych. Wyznacz obwód i pole tego trójkąta.

a) $a = 5;\ b = 12$

$5^2 + 12^2 = c^2 \quad \rightarrow \quad 25 + 144 = c^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = 169 \quad \rightarrow \quad c = 13$

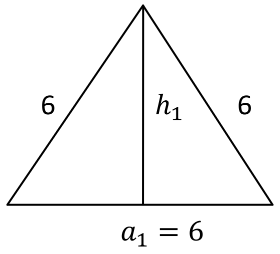
$Obw. = 5 + 12 + 13 = 30 \qquad P = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$

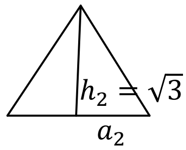
b) $a = \sqrt{5};\ b = 2$

$\left(\sqrt{5}\right)^2 + 2^2 = c^2 \quad \rightarrow \quad 5 + 4 = c^2 \qquad c^2 = 9 \qquad c = 3$

$$Obw. = \sqrt{5} + 2 + 3 = 5 + \sqrt{5} \qquad P = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 2 = \sqrt{5}$$

ZAD.2. Oblicz obwód i pole trójkąta równobocznego o boku długości 6cm, oraz pole i obwód trójkąta do niego podobnego o wysokości $\sqrt{3}$.





$h_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ $\qquad$ $k = \frac{h_2}{h_1} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

$Obw_1 = 6 + 6 + 6 = 18cm$ $\qquad$ $a_2 = 6 : 3 = 2$

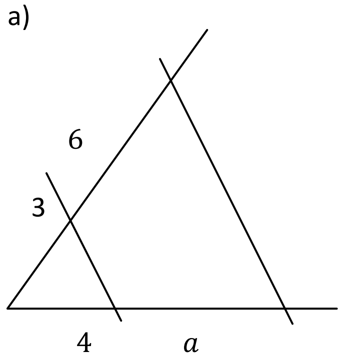
$P_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$

$Obw_2 = 2 + 2 + 2 = 6 \quad lub \quad Obw_2 = Obw_1 : 3 = 18 : 3 = 6$

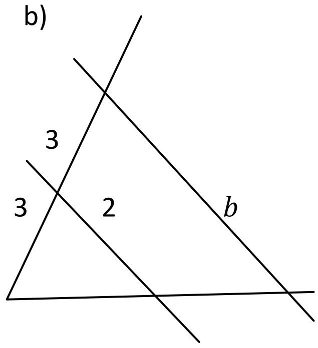
$P_2 = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \qquad lub \qquad P_2 = P_1 \cdot k^2 = 9\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 9\sqrt{3} \cdot \frac{1}{9} = \sqrt{3}$

ZAD.3. Oblicz długości boków oznaczonych literami:

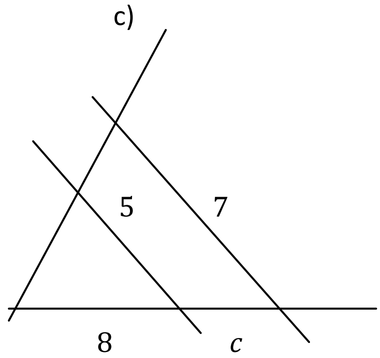
a)



b)



c)



$\frac{3}{4} = \frac{6}{a} \quad \rightarrow \quad 3a = 6 \cdot 4$ $\qquad$ $\frac{3}{2} = \frac{3+3}{b} \quad \rightarrow \quad \frac{3}{2} = \frac{6}{b}$ $\qquad$ $\frac{5}{8} = \frac{7}{8+c} \quad \rightarrow 5 \cdot (8 + c) = 8 \cdot 7$

$3a = 24 \quad \rightarrow \quad a = 8$ $\qquad$ $3 \cdot b = 2 \cdot 6$ $\qquad$ $40 + 5c = 56 \quad \rightarrow \quad 5c = 56 - 40$

$3b = 12 \quad \rightarrow \quad b = 4$ $\qquad$ $5c = 16 \quad \rightarrow c = 3{,}2$

ĆWICZENIE. Dane są dwa kwadraty podobne. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami, oraz obwody i pola tych kwadratów. Odcinki $x\ i\ y\ są\ równoległe.$